**Исследовательские проекты, разработанные с учетом интеграции предметов естественно-математического цикла**

Были разработаны и апробированы следующие исследовательские проекты.

Исследовательский проект «Золотое сечение»

**Аннотация**

Проект «Золотое сечение» ориентирован на обучающихся, интересующихся математикой, информатикой, историей, биологией, географией, архитектурой и искусством.

Проект «Золотое сечение» направлен на метапредметную интеграцию знаний, формирование общекультурной компетентности, создание представлений о математике как науке, возникшей из потребностей человеческой практики и развивающейся из них. В базовом курсе математики по теме «Пропорция» понятие золотого сечения рассматривается в виде дополнительного материала, в котором представлена лишь математическая составляющая, а общекультурный аспект освещается в виде короткой исторической справки.

Математика в проекте подается как элемент общей культуры человечества, который является теоретической основой искусства, а также как элемент общей культуры отдельного человека. Ведущий подход при разработке проекта - расширение представления о сферах применения математики; показать на материале от античных времен до наших дней пути взаимодействия и взаимообогащения двух великих сфер человеческой культуры – науки и искусства; показать, что фундаментальные закономерности математики являются формообразующими в окружающей природе, живописи, архитектуре, астрономии.

Тема золотого сечения популярна в современном образовательном пространстве. В 20 веке эта тема получила новый виток, к ней обратились ученые из России, Украины, Польши, Америки, выступившие с парадигмой «триединства природы, человека и общества», основанной на золотом сечении.

Учитель сегодня должен стать конструктом новых педагогических ситуаций, новых заданий, направленных на использование обобщенных способов деятельности и создание учащимися собственных продуктов в освоении знаний. Жизненные ситуации позволяют создавать такие проблемные задачи, которые требуют от учащегося умения математически смоделировать определённые процессы и явления. Областью современного творчества и самореализации становятся проекты новых областей деятельности.

Данный проект может стать дополнительным фактором формирования положительной мотивации в изучении математики, а также понимания учащимися философского постулата о единстве мира и осознания положения об универсальности математических знаний.

**Предметные области**

Математика, история, биология, география, мировая художественная культура, изобразительное искусство, информатика и ИКТ представляют предметные области исследования для учащихся.

Тема проекта соответствует предметному содержанию государственного образовательного стандарта общего образования. Содержание проекта включает следующие темы: “Отношение двух чисел”, “Пропорция”(математика); “Многоугольники”, “Многогранники”, “Построение циркулем и линейкой” (геометрия); “История цивилизаций” (история); “Культура стран мира” (география), “Пропорции человеческой фигуры”, “Строение организма растений, животных”, “Пропорции головы и лица человека”, “Источники и характеристики негативных факторов и их воздействие на человека” (биология); “Программа Power Point” (информатика и ИКТ технологии), изобразительное искусство.

**Цели проекта:**

* Познание математических закономерностей в мире, определение значения математики в мировой культуре и дополнение системы знаний представлениями о “Золотом сечении” как гармонии окружающего мира.
* Формирование навыков самостоятельной исследовательской деятельности.
* Формирование навыков решения ключевой проблемы в процессе сотрудничества и создания продукта, полезного обществу.
* Обучение работе с информацией для расширения кругозора и развития творческих способностей.

**Проблема:**

Существование гармонии в окружающем нас мире. Применение знаний о золотом сечении в исследовании объектов города Батайска.

Деятельность учащихся в проекте состоит в изучении литературы по теме “Золотое сечение”, в изучении истории развития золотого сечения и математических закономерностей, в исследовании строения человеческого тела путем прямых обмеров человека, в определении гармонии архитектурных сооружений и памятников города.

В результате работы над проектом обучающиеся овладеют:

* опытом разнообразного применения математики в реальной жизни;
* опытом использования ИКТ в индивидуальной и коллективной учебной и познавательной деятельности;
* коммуникативной, информационной компетентностью, компетентностью продуктивной творческой деятельности;
* умением применять, анализировать, преобразовывать информацию, используя при этом информационные технологии.

В результате реализации проекта обучающиеся получат возможность совершенствовать и расширять круг умений, навыков, способов деятельности, что является условием развития и социализации школьников.

Конечный продукт: презентация по теме “Золотое сечение”.  
Предполагается, что результатами освоения учащимися данного проекта, могут стать следующие умения:

1) использовать математические знания, алгебраический и геометрический материал для описания и решения задач будущей профессиональной деятельности;

2) применять приобретенные геометрические представления, алгебраические преобразования для описания и анализа закономерностей, существующих в окружающем мире;

3) проводить обобщения и открывать закономерности на основе анализа частных примеров, эксперимента, выдвигать гипотезы и делать необходимые проверки.

Данный проект рассчитан на 7 занятий.

**Учебно-тематический план**

1. Математическое понимание гармонии
2. Теория гармонии Древних
3. История “Золотого сечения”
4. “Золотая Пропорция” - главный эстетический принцип эпохи Средневековья
5. Понятие “Золотое сечение”
6. “Золотое сечение” - гармония математики
7. Золотое сечение в геометрии
8. Деление отрезка в золотом отношении
9. Золотой треугольник
10. Золотой прямоугольник
11. Золотая спираль
12. Пентаграмма
13. Икосаэдр и додекаэдр
14. Ряд Фибоначчи
15. Вклад Кеплера в теорию Золотого Сечения
16. Математическая эстетика Цейзинга
17. Математические закономерности русских мер
18. Золотое сечение в природе
19. Золотое сечение в живописи и фотографии
20. Золотое сечение в скульптуре
21. Золотое сечение в архитектуре
22. Золотое сечение в архитектуре города Батайска
23. Результаты измерений учащихся
24. Математическая конференция. Защита учебных проектов. Подведение итогов.

**Дидактические цели учебного проекта**

* Проиллюстрировать применение математики на практике.
* Познакомить с историческими сведениями.
* Показать связь с другими областями знаний.
* Подчеркнуть эстетические аспекты изучаемых вопросов.

**Методические задачи учебного проекта**

- расширить сферу математических знаний учащихся: познакомить учащихся с золотой пропорцией и связанных с нею соотношениях;

- развить эстетическое восприятие математических фактов: расширить представления учащихся о сферах применения математики не только в естественных науках, но и в такой области гуманитарной сферы деятельности, как искусство;

- расширить общекультурный кругозор учащихся посредством знакомства их с лучшими образцами произведений искусства;

- продемонстрировать разнообразное применение математики в реальной жизни;

- помочь осознать степень своего интереса к предмету и оценить возможности овладения им с точки зрения дальнейшей перспективы; показать возможности применения полученных знаний в своей будущей профессии художника, архитектора, биолога, инженера-строителя.

**Вопросы, направляющие проект**

*Основополагающий вопрос*

* Все ли взаимосвязано и гармонично вокруг нас?

*Проблемные вопросы*

* Как золотое сечение проявляется в окружающем нас мире?
* Каким образом закон "золотого сечения" реализуется человеком?

*Учебные вопросы*

* Что такое "золотое сечение"?
* "Золотое сечение" и его свойства.
* Подчиняется ли красота человеческого тела закону "золотого сечения"?
* Как связаны золотое сечение и числа Фибоначчи?
* Каким образом числа Фибоначчи связаны с живой природой?
* Как "работает" золотое сечение в искусстве, архитектуре?
* Где в жизни человека встречается золотое сечение?

**План проведения проекта**

**Организационный этап**

1. Выявление интересов подростков и формулирование проблемы с использованием стартовой презентации.
2. Выявление обучающихся, желающих принять участие в проекте.
3. Проведение занятия по нахождению пути решения проблемы и по определению вида конечного продукта (полезного для общества).

**Подготовительный этап**

1. Составление участниками проекта плана создания задуманного конечного продукта.
2. Формирование групп участников проекта в соответствии с требующимися для создания продукта видами и направлениями деятельности (математика, литература, музыка, биология, информатика, архитектура).
3. Распределение участниками проекта пунктов плана по созданию конечного и промежуточных продуктов между группами и в группах с указанием сроков выполнения. Назначение ответственных за создание конечного продукта.
4. Разработка участниками проекта критериев оценивания всех продуктов, запланированных по проекту.

**Практический этап**

1. Работа участников проекта в соответствии с планом.
2. Создание продуктов, запланированных в проекте, в электронной и материальной формах.
3. Оценивание продуктов своей деятельности и деятельности товарищей.

**Заключительный этап**

1. Защита проекта на общем для всех участников проекта часе (8-9 класс).
2. Проведение в школе рекламы созданного по проекту конечного продукта.
3. Обозначение новых проблем для дальнейшего развития темы.

**Выполнение проекта**

Работа над проектом начинается с того, что в ходе презентации учителем выясняются знания обучающихся по данной теме, обучающиеся мотивируются на проведение исследований в проекте, обсуждается общий план проведения проекта и определяются темы исследований. Составляются критерии оценивания будущих работ учащихся, по которым будет осуществляться самоконтроль и контроль в группах.

* ***Занятие №1.***На первом занятии идет организация группового обсуждения темы проекта. Затем учащимся предлагается разделиться на 4 группы: биологи, математики, искусствоведы, архитекторы, каждая из которых будет исследовать один из аспектов проблемы. Перед каждой группой ставится цель исследования, сформулированная проблемными вопросами. Обучающиеся знакомятся с критериями оценивания итоговых работ.
* ***Занятие №2.***Рекомендации по поиску нужного материала в окружающей действительности, в Интернете, других источниках и по дальнейшей работе над проектом.
* ***Занятие №3.*** Обсуждение и выбор форм представления результатов проектной деятельности.
* ***Занятие №4-5.*** Каждая группа оформляет результаты своих исследований.

**1-я подгруппа “ Математики”.**

Ученики проводят исследование: ведут поиск золотого сечения в историческом, математическом, прикладном направлениях. Учащиеся создают презентацию по проблемному вопросу.

**2-я подгруппа “Биологи”.**

Ученики проводят исследование: ведут поиск золотого сечения в выбранных направлениях. Практически рассматривают на конкретных примерах: человек, животные, растения; делают выводы по проделанной работе и представляют результаты исследования в презентации.

**3-я группа “Искусство”.**

Для удобства поиска информации по проблемному вопросу учащиеся находят сайты с нужным материалом, проводят исследования фотографий и рисунков учащихся школы. Определяют правила использования золотого сечения в скульптуре, изобразительном искусстве и фотографии. Исследуют рисунки учащихся 5 и 6 классов.

**4-я подгруппа “Архитекторы”.**

Ученики проводят исследование: ведут поиск золотого сечения в выбранных направлениях. Практически рассматривают на конкретных примерах архитектурные сооружения и памятники города Батайска, используют проектные чертежи, фотоматериалы. Делают вывод по проделанной работе и представляют результаты исследования в презентации.

***Занятие №6.*** Совместная деятельность учителя, родителей и проектных групп по результатам исследования проектных тем.

***Занятие №7.*** Проводится конференция, на которой заслушиваются выступления учащихся с итогами работы. Оценивается глубина проведенного исследования, краткость и емкость формулировок, умение логично представлять ход и результаты исследования, убедительно аргументировать свою точку зрения, умение задавать вопросы, активность.

В ходе выступлений учащиеся демонстрируют результаты своей деятельности – презентации. В завершении конференции коллективно обсуждаются выводы, служащие ответом на основополагающий вопрос проекта.

По ходу реализации проекта учащиеся и учитель заполняют контрольные листы, обсуждают полученные результаты и сверяют их с критериями. Руководители оценивают проведенную работу (самооценка, оценка учителя, отзывы учащихся, опрос родителей) и выставляет отметки по результатам исследовательской деятельности.

Участники проекта решили, что результатом их работы будут электронные продукты:

* презентация “Золотое сечение в математике”; презентация “Золотое сечение в природе”;
* презентация “Золотое сечение в искусстве”; презентация “Золотое сечение в архитектуре”.
* cводная презентация “Золотое сечение”.

После того, как были определены конечные продукты, приступили к их созданию.

На протяжении всей деятельности происходило оценивание участниками проекта своей работы и работы участников группы, осуществлялась взаимопомощь.

**Ожидаемые результаты обучения**

После завершения проекта обучающиеся:

- сформируют умения организовывать свою деятельность;

- принимать самостоятельные решения;

- приобретут навыки продуктивной деятельности;

- научатся находить и формулировать проблему, а также находить пути её решения;

- ставить задачи и задавать вопросы;

- искать нестандартные решения;

- научатся работать в команде;

- научатся оценивать свою работу и работу своих товарищей;

- научатся самостоятельно искать информацию.

**Список литературы:**

1.Васютинский В.А. «Золотая пропорция», Молодая гвардия, 1990.

2.Лаврус В. Золотое сечение. -М: Научно-популярные статьи, 2000.

3.Прохоров А.Н. «Золотая спираль», журнал «Наука и жизнь», No9/1984.

4.Стахов А.П. Коды золотой пропорции. –М.: Радио и связь, 1984.

**ПРОЕКТ**

**по теме: «38 попугаев или как измерить свой рост?»**

Оглавление

[ВВЕДЕНИЕ 3](#_Toc511008712)

[Как измеряли в древности? 4](#_Toc511008713)

[Старые русские меры длины 5](#_Toc511008714)

[Метрическая система мер 8](#_Toc511008715)

[Заключение 10](#_Toc511008716)

[Литература 11](#_Toc511008717)

# ВВЕДЕНИЕ

**« Измерь самого себя – и ты станешь настоящим геометром!»**

**Марсилио Сичино.**

Конечно, измерить самого себя и стать настоящим Геометром, настоящим Поэтом, Садовником и вообще настоящим очень трудно. Не всякому удаётся сделать это за всю жизнь, но если говорить о чём – то более простом, то с уверенностью можно сказать, что каждому человеку, научившемуся считать и писать, неоднократно приходилось что – либо измерять.

Приступая к работе, необходимо изучить вопрос об измерениях в древности, старых русских мерах и метрической системе мер. Только после исследования исторических и современных данных по теме, можно ответить на вопрос: «Что значит – измерить какую – то величину?»

Герои известного мультфильма «38 попугаев» измеряли длину удава.

- Какой ты длинный.

- Это я и сам знаю. А какой длинный?

- Очень длинный.

-Очень – это не то. У меня есть мысль измерить свой рост. Но как?

- Очень просто: надо сложиться пополам. Вот голова, а вот хвост. Складываемся ещё раз.

- Твой рост будет две твоих половины или четыре половины половин.

-Нет, меня половинами мерить нельзя, потому что я целый.

- Я могу измерить твой рост в попугаях. Твой рост 38 попугаев.

- Можно мерить рост мартышками. Твой рост 5 мартышек.

- Можно мерить рост слонятами. Твой рост 2 слонёнка.

- А в попугаях я гораздо длиннее.

Но длина в попугаях ничего не скажет жителям тайги, да и для соседних джунглей, где живут попугаи другой породы, придётся переводить «своих» попугаев в «чужих».

На сегодняшний день известно множество различных систем измерения длины, которые характерны для какой-то одной местности, страны или даже времени. И все эти измерения можно выразить через международную метрическую систему.

***Цель проекта:***

- выяснить, какими мерами длины пользовались на Руси;

- вооружиться необходимыми теоретическими знаниями для проведения измерения роста;

- овладеть практическими навыками измерения роста в разных мерах длины.

***Объектом*** исследовательской работы является рост человека.

***Предметом*** исследовательской работы является изменение роста человека в зависимости от возраста.

***Задачи:***

- изучить историю вопроса: Какими мерами длины пользовались на Руси?

- узнать, каким был рост учащихся класса при поступлении в школу;

- произвести замер роста учащихся 4 класса и сделать сравнительный анализ полученных данных в таблице.

# Как измеряли в древности?

Без измерений нельзя ни сшить платье, ни выточить на токарном станке деталь, ни узнать, который час. Так что измерения – одно из важнейших дел в современной жизни. Но не всегда было так. Когда первобытный человек убивал медведя, он радовался, если тот оказывался достаточно большим. Однако не было необходимости определять вес медведя, в то время никаких весов не было. Не было особой нужды в измерениях, и когда этот человек делал каменный топор. Позднее люди стали жить большими группами. Начался обмен товарами, перешедший потом в торговлю, возникли первые государства. Тогда появилась нужда в измерениях. Царские писцы должны были знать, какова площадь поля у каждого крестьянина. Этим определялось, сколько зерна он должен отдать царю. Надо было знать при продаже льняного масла объём проданного товара. Когда начали строить корабли, нужно было заранее наметить правильные размеры: иначе корабль затонул бы. Не могли обойтись без измерений древние строители пирамид, дворцов и храмов, до сих пор поражающих нас своей соразмерностью и красотой.

Любые измерения производят в каких – то единицах: длину измеряют в единицах длины, массу – в единицах массы, время – в единицах времени.

За свою историю человечество придумало огромное количество всевозможных единиц, причём каждый народ имел свои.

Первые единицы для измерения величин были не слишком точными. Например, расстояния измерялись ***шагами.*** У разных людей величина шага различна, поэтому брали некоторую среднюю величину.

Для измерения больших расстояний служила ***миля*** – путь в тысячу двойных шагов. А ещё большие расстояния измеряли ***переходами*** или днями передвижения.

Однако ***шаги, мили, переходы*** – всё это было хорошо для измерения расстояний на земле. Ни рост человека, ни рулон ткани шагами не измеришь.

Одной из самых распространённых единиц длины был ***локоть*** – расстояние от локтя до конца среднего пальца. Эти расстояния были различны. Поэтому царь издавал указ, каким локтем должны пользоваться все его подданные.

Наряду с локтем применяли ***сажень***. Она примерно равна расстоянию от подошвы до концов пальцев поднятой вверх руки. В России долгое время существовало множество различных саженей - мерная, малая, морская, косая, маховая.

Для измерения меньших расстояний употреблялась ***ладонь*** – ширина кисти руки. Ещё меньшей единицей длины является ***дюйм*** – длина сустава большого пальца.

***Фут*** – это средняя длина ступни человека.

За основную в английском обиходе меру длины – ***ярд*** – указом короля Генриха 1 было определено расстояние от носа короля до конца среднего пальца вытянутой его руки. В настоящее время длина ярда примерно равна 0,91 метра.

В Вавилоне, как и в других странах, меры были согласованы друг с другом.

Начиналось всё с единиц для измерения длин. Основной из них был ***локоть.*** Локтями мерили ткани, но для измерения земельных участков применяли единицы длины в 12 локтей (примерно 6 м)

Дороги измеряли ***даннами*** – 3600 локтей (примерно 1,8 км).

А когда надо было измерять малые предметы, пользовались ***пальцами,*** составлявшими 1/30 локтя или ***линиями*** – 1/60 локтя.

С локтями была связана ещё одна единица длины, содержавшая 18 пальцев, то есть 0,6 локтя. Она примерно равнялась ***футу***, то есть длине ступни взрослого человека.

# Старые русские меры длины

Старинная русская система мер сложилась примерно в X - XI веках. Ее основные единицы - верста, сажень, локоть и пядь.

Самая мелкая из этих единиц - *пядь.* Слово это озна­чало кисть руки (вспомните современное слово «за­пястье»!). Определялась пядь как расстояние между концами вытянутых большого и указательного пальцев, ее значение равнялось примерно 18-19 см.

*Локоть -* более крупная единица, как и в большинстве других государств, это была единица, равная расстоянию от локтевого сгиба до конца вытянутого среднего пальца руки. Древнерусский локоть равнялся примерно 46 - 47 см. Это была основная единица в торговле холстом, полотном и другими тканями.

Слово *сажень* происходит от глагола «сягать», в современном русском языке он не употребляется, но сохранились однокоренные с ним слова «досягать», «досягаемый», «достигать» и «достижимый». Единицы с таким названием в разное время определялись по-разному: и как расстояние между кончиками пальцев раскинутых рук (маховая сажень), и как расстояние от подошвы левой ноги до конца большого пальца вытянутой вверх правой руки (косая сажень), и другими, похожими способами.

Определить, чему же равна древнерусская сажень, по­мог камень, найденный в 1792 году недалеко от станицы Таманской на побережье Азовского моря. В X - XI веках на этом месте стоял древний русский город Тмутаракань. Находка получила название Тмутараканского камня. Он представляет собой мраморную плиту с надписью на ста­рославянском языке, повествующую об измерении ширины Керченского пролива, который соединяет Черное и Азовское моря: «...Глеб князь мерил море по леду от Тмутаракани до Кърчева 10000 и 4000 сажен». Кърчев - это современный город Керчь. Сравнив расстояние между указанными городами и данные этой надписи, ученые пришли к выводу, что древнерусская сажень примерно равнялась **151,4 см**. Хотя настоящих эталонов для этих древнерусских единиц не существовало, но зато широко использовались мерные веревки длиной в сажень. Чаще всего сажень применялась при измерении расстояний и при строительных работах.

Мерную линейку длиной в аршин называли тем же словом (и сейчас обычно метровую линейку, кото­рой в магазинах отмеряют ткани, называют просто метром). С этим связано выражение «словно аршин проглотил», - так говорят про человека, который держится неестественно прямо, движется, не сгибаясь.

Самой крупной из древнерусских единиц была *верста* или *поприще.* Слово «верстать» означало «распреде­лять», «уравнивать». От него, кстати, происходит слово «сверстник» (ровесник). Верста упоминается в летописи, она была в 750 раз больше сажени. Таким образом, получается, что древнерусская верста равня­лась примерно **1140 метрам.**

Но, конечно же, на Руси, как и в других странах, был большой разнобой в единицах измерений, - нередко одновременно использовались разные единицы с одним и тем же названием. Однако постепенно стали появляться специальные управы (учреждения), которые должны были следить за единством мер и средств измерения.

По указу Ивана Грозного, с 1556 года стали изготавливать специальные (их называли образцовыми) гири, которые служили своеобразными эталонами. Их клеймили казенной печатью и хранили в специальных помещениях.

А в указе 1653 года говорится: «хлебным мерам и всяким весам и саженям, и аршинам на Москве и в городах были равными».

Постепенно менялись и основные меры длины: вместо версты в 750 саженей стали применять две разных версты в 500 и 1000 саженей. Появились новые меры: *аршин* и *вершок,* а локоть стал постепенно выходить из употреб­ления.

Аршин появился в России вместе с купцами из Персии, торговавшими тканями. Аршин - это древняя мера, рав­ная первоначально длине всей руки. Ткани мерили, натя­гивая их на собственную руку до плеча.

Название «вершок» происходит от слова «верх» («верх перста», то есть пальца). Первоначально вершок считался равным длине двух верхних суставов указательного паль­ца, позже он стал равен шестнадцатой части аршина.

Пядь постепенно тоже вышла из употребления - ее за­менила четверть аршина, то есть величина, равная 4 вер­шкам.

В XVIII веке в России стали кроме прежних мер приме­нять английские фут и дюйм. Дело в том, что фут и дюйм были в это время самыми распространенными в мире ме­рами длины, и для удобства торговли было важно уметь сравнивать их с русскими мерами.

Чтобы упростить соотношения в такой системе мер, которая включает в себя новые единицы, Петр I провел реформу, в результате которой основной единицей длины стал аршин, а размеры сажени и прочих единиц немного изменились. Новые единицы длины были просто связаны с английскими, что было важно не только для торговли, но и для строительства нового российского флота, а также для развития в России инженерного дела. Вот какими стали эти меры:

1 сажень = 7 футов = 213,36 см,

1 аршин = 28 дюймов = 2 1/3 фута = 71,12 см,

1 фут =12 дюймов,

1 вершок = 1 3/4дюйма,

1 верста = 500 сажен.

Кроме того, использовались и совсем мелкие едини­цы: линия***,*** равная десятой доле дюйма и точка***,*** равная десятой доле линии.

В XIX веке система единиц практически не изменилась, но много делалось для того, чтобы применение петров­ской системы было повсеместным и одинаковым.

В 30-е годы была создана специальная комиссия для приведения в порядок мер и весов в России. По заказу этой комиссии в Англии были изготовлены образцы фута, ярда и сажени, тщательно сверенные с главным англий­ским эталоном ярда. По этим образцам был изготовлен эталон сажени в виде 6 платиновых полос на латунном ци­линдре.

Указом от 7 ноября 1835 года этот эталон был признан «главной государственной образцовой саженью». С этой сажени были сделаны копии, по которым и создавались многочисленные измерительные инструменты.

Для того чтобы изготавливать сажени, аршины и дру­гие образцы мер, мастер должен был иметь «дозволи­тельные свидетельства» от губернского начальства. Такие мастера обязаны были ставить на свою продукцию снача­ла собственное клеймо, а потом представлять эту продук­цию в городские управы для проверки и наложения казен­ногоклейма. Надзор за правильностью линеек, гирь и прочих измерительных инструментов, которые использо­вались в торговле, промышленности и строительстве, был возложен на полицию.

Хотя в XIX веке Европа постепенно стала переходить на метрическую систему мер, в России это делать не спе­шили. Правда, в «Положении о мерах и весах» от 4 июня 1899 года основная российская единица - аршин выража­лась уже не только через английские меры, но и через ме­трические. Аршин равнялся 0,711200 метра при температуре 16 2/3 градусов по шкале Цельсия (ведь при нагрева­нии все тела немного расширяются, и для того, чтобы сравнивать их размеры с большой точностью, это надо делать при определенной температуре).

На метрическую систему мер Россия перешла в 1918 году. После этого старинные меры стали постепенно забываться. Древнейшими русскими мерами длины являются ***локоть*** и ***сажень***. Точной первоначальной длины той и другой меры мы не знаем; некий англичанин, путешествующий по России в 1554 году, свидетельствует, что русский ***локоть*** равнялся половине английского ***ярда***. Согласно «Торговой книге», составленной для русских купцов на рубеже XV1 и XV11 веков, три ***локтя*** были равны двум ***аршинам***. Название ***«аршин»*** происходит от персидского слова ***«арш»,*** что значит локоть.

Первое упоминание ***сажени*** встречается в летописи X1 века, составленной киевским монахом Нестором.

В более поздние времена установилась мера расстояний ***верста***, приравненная к 500 ***саженям***. В древних памятниках ***верста*** называется ***поприщем*** и приравнивается к 750 ***саженям.***

В XV и XV1 веках происходит объединение русских земель вокруг Москвы. Мера ***аршин***, возникшая при торговле с восточными народами, входит в употребление.

В XV11 веке меры уточнялись. Русская система мер длины стала иметь вид:

***Миля*** = 7 верстам (7,47 км);

***Верста*** = 500 саженям ( 1,07 км);

***Сажень*** = 3 аршинам = 7 футам ( 2,13 м);

***Аршин*** = 16 вершкам = 28 дюймам ( 71,12 см);

***Фут*** = 12 дюймам (30,48 см);

***Дюйм*** = 10 линиям ( 2,54 см);

***Линия*** = 10 точкам ( 2,54 мм).

Когда говорили о росте человека, то указывали лишь, на сколько вершков он превышает 2 аршина. Слова «человек 12 вершков роста» означали, что его рост равен 2 аршинам 12 вершкам, то есть 196 см.

Старинные русские названия мер длины встречаются в пословицах и образных выражениях: ни пяди земли; мерить на свой аршин; косая сажень в плечах; ты от дела ни на пяденьку, а оно от тебя на саженьку.

**Метрическая система мер**

Потребности практики заставили начать поиски единой системы мер. При этом было ясно, что надо отказаться от установления связей между единицами измерения и размерами человеческого тела. И шаг у людей бывает разный, и длина ступни у них неодинакова, и пальцы у них разной ширины. Поэтому надо было искать новые единицы измерения в окружающей природе.

Метрическая система мер была введена впервые во Франции в 1795 году. В 1792 году Парижская академия наук решила измерить длину земного меридиана, проходящего через Париж. Отдельные части этого меридиана были измерены. Длины других частей были вычислены на основе этих измерений. В результате большой работы была найдена длина парижского меридиана в существовавших тогда французских мерах длины – туазах (1м 95 см).

На Всемирной выставке 1867 года в Париже в организованном там международном комитете мер, весов и монет русский академик Б. С. Якоби выступал с докладом. В нём он сформулировал преимущества метрической системы как экономически самой выгодной вследствие её десятичной основы.

Основная единица системы мер должна быть определена посредством материального эталона, который наиболее точно воспроизводит длину архивного метра. Комиссия утвердила эталон метра, изготовленный из сплава платины (90%) и иридия (10%).

К 1875 году метрическую конвенцию подписали уже 17 государств, включая Россию, где применение новой системы было разрешено, но не стало законом.

В 1889 году международные прототипы метра и килограмма были сданы в Бретейльский павильон (здание во Франции). С этого момента метр и килограмм стали определяться как длина и вес международных эталонов.

В России учёные с начала X1X века поняли значение метрической системы и пытались её широко внедрить в практику. Окончательное решение вопрос о метрической системе в России получил уже после Великой Октябрьской социалистической революции. С 1 января 1927 года, когда переход промышленности и транспорта на метрическую систему был подготовлен, метрическая система стала единственно допускаемой в СССР системой мер и весов. Большие заслуги во введении и распространении метрической системы мер в нашей стране принадлежит Дмитрию Ивановичу Менделееву, великому русскому химику.

К 1972 году метрическую конвенцию подписало уже 41 государство. Творцы этой универсальной системы мер написали на талоне метра: «На все времена всем народам!».

Для популяризации новых мер поэт В.В.Маяковский написал стихотворные тексты, посвящённые новым мерам.

Заключение

В данной работе изучена и проанализирована литература по теме измерения в древности, старые русские меры и метрическая система мер.

В **результате можно сделать** следующие **выводы:**

* 1. Для измерения длин можно использовать различные единицы измерения.
  2. Существует связь между различными единицами длины.
  3. Каждая из единиц длины может быть представлена через общепринятую метрическую систему мер, а, следовательно, становится понятной для любого человека.

***Пословицы и поговорки***

* «За семь верст киселя хлебать»
* «В плечах косая сажень»
* Что город, то вера, что деревня, то мера
* Без весу, без меры нет и веры
* Одни лапти без меры плетутся, да на всякую ногу приходятся
* «От горшка два вершка»
* «У него семь пядей во лбу»
* Всяк меряет на свой аршин
* Аршин на сукно, а кувшин на вино

# Литература

1. Сайт: Portfolio.1September
2. «За страницами учебника математики»./И.Я.Депман, Н.Я.Виленкин.-М.: «Просвещение». 1989
3. Аменицкий, Н.Н. Забавная арифметика [Текст]/  Н.Н. Аменицкий – Москва «Наука», 1991. – 123 с.
4. Виленкин, Н.Я., Депман, И.Я. За  страницами  учебника  математики [Текст]/ Н.Я. Виленкин, И.Я. Депман - М., 1981. – 217 с.
5. История развития метрологии [Электронный ресурс]/ Режим доступа: http://www.metrologie.ru, свободный. Загл с экрана. – Яз.рус.
6. Каменская, Е.Н. Русская  метрология [Текст]/  Е.Н. Каменская - М., 1975. – 157 с.
7. Карпушина, Н.М. Рукотворные мерки[Текст]/   Н.М. Карпушина // Математика в школе. - 2008.- №7. –С.49-61.
8. Меры длины [Электронный ресурс]/ Режим доступа: http://www.iro.yar.ru, свободный. Загл с экрана. – Яз.рус.
9. Сравнительная таблица русских и метрических мер [Электронный ресурс]/ Режим доступа: http://trust.narod.ru, свободный. Загл с экрана. – Яз.рус.
10. https://sibac.info/shcoolconf/natur/i/29578 - старинные русские меры длины в пословицах и поговорках
11. http://boombob.ru/picture.php?id=49779
12. http://www.birmaga.ru/dosta/Ученица+5+класса+моу+«Шигалинская+оош»+Михайлова+Алинаa/174681\_html\_3f914704.jpg
13. http://uslide.ru/images/26/32915/960/img6.jpg

**Тест для самопроверки**

1. Как моряки измеряли пройденный ими путь?

А) трубками – т.е. расстоянием, которое проходит судно за время, пока моряк выкурит трубку.

Б) милями – путь в тысячу двойных шагов

В) переходами

2. Самая точная мера длины в древности?

А) толщина волоса верблюда или мула, выдернутого из хвоста

Б) толщина волоса человека

В) толщина волоса лошади, выдернутого из хвоста

3. Кто расстояние измерял шагами или двойными шагами?

А) греки

Б) римляне

В) славяне

4. Сколько составляет миля?

А) 500 сажень

Б) 6 верст

В) 1000 двойных шагов

5. Чем измеряли длину веревки или ткани?

А) локтями

Б) ладонями

В) футами

6. Определение единицы измерения пядь

А) длина сустава большого пальца

Б) расстояние между концами расставленных большого и указательного пальцев

В) расстояние от носа короля до конца среднего пальца вытянутой его руки

7. Установите соответствие:

1. Пядь
2. Вершок
3. Сажень

А) 3 аршина

Б) 1/16 аршина

В) 1/4 аршина

8. Сколько аршин в царской сажени?

А) 3

Б) 5

В) 8

9. Какие бывают сажени?

*Выберите несколько вариантов ответа*

А) печатная

Б) маховая

В) косая

Г) мерная

Д) малая

Е) морская

10. Установите соответствие

1) дюйм

2) фут

3) ярд

4) пядь А) длина сустава большого пальца

Б) средняя длина ступни человека

В) расстояние между концами расставленных большого и указательного пальцев

Д) расстояние от носа короля до конца среднего пальца вытянутой его руки

11. Кто определил меру длины – ярд?

А) Гарольд I

Б) Ричард II

В) Герних I

12. Вставьте пропущенное слово

Одни лапти без \_\_\_\_\_\_ плетутся, да на всякую ногу приходятся

13. Установите соответствия

А) Миля

Б) Верста

В) Сажень

Г) Аршин

Д) Фут

Е) Дюйм

Ж) Линия

1) 71,12 см

2) 7,47 км

3) 2,54 см

4) 1,07 км

5) 2,13 м

6) 2,54 мм

7) 30,48 см

14. В каких веках сложилась старинная русская система мер?

А) IX – X веках

Б) X – XI веках

В) XI – XII веках

15. Основные единицы старинной русской системы мер

*Выберите несколько вариантов*

А) Пядь

Б) Верста

В) Сажень

Г) Аршин

Д) Фут

Е) Локоть

Ж) Линия

16. Вставьте слово или словосочетание

*Локоть -* более крупная единица, как и в большинстве других государств, это была единица, равная расстоянию от \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ до конца вытянутого среднего пальца руки.

17. Вставьте пропущенное слово

«Словно \_\_\_\_\_\_\_\_ проглотил», - так говорят про человека, который держится неестественно прямо, движется, не сгибаясь.

18. Вставьте пропущенные слова

Первоначально вершок считался равным длине двух верхних суставов \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ паль­ца, позже он стал равен \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ части аршина.

19. Скольким вершкам равна пядь?

А) 8

Б) 6

В) 4

20. Вставьте пропущенные слова

Совсем мелкие едини­цы: \_\_\_\_\_\_\_***,*** равная десятой доле дюйма и \_\_\_\_\_\_\_***,*** равная десятой доле линии.

21. Вставьте пропущенное слово

В «Положении о мерах и весах» от 4 июня 1899 года основная российская единица - аршин выража­лась уже не только через английские меры, но и через \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

22. На метрическую систему мер Россия перешла в …

А) 1921

Б) 1930

В) 1918

Г) 1915

23. В какой стране была впервые введена метрическая система мер?

А) Италии

Б) Франции

В) России

24. Сколько государств в 1875 году подписали метрическую конвенцию?

А) 17

Б) 18

В) 21

25. В каком году метрическую конвенцию подписало 41 государство?

А) 1970

Б) 1968

В) 1972

26. Вставьте пропущенное слово

Не хитрая машина –

\_\_\_\_\_\_\_\_ отмерять четверть аршина.

Растопырь большой и указательный пальцы:

Приблизительно четверть аршина отвалятся.

27. Вставьте пропущенное слово

Чтоб 10 сантиметров отмерить мог,

Отложи ладонь не вдоль, а поперёк.

Запомни также (трудности нет):

10 сантиметров – один \_\_\_\_\_\_\_\_\_.

28. Вставьте пропущенные числа

- Я могу измерить твой рост в попугаях. Твой рост \_\_ попугаев.

- Можно мерить рост мартышками. Твой рост \_\_ мартышек.

- Можно мерить рост слонятами. Твой рост \_\_ слонёнка.

(с) Мультфильм «38 попугаев»

29. Определение единицы измерения ярд

А) длина сустава большого пальца

Б) расстояние между концами расставленных большого и указательного пальцев

В) расстояние от носа короля до конца среднего пальца вытянутой его руки

30. Вставьте пропущенные слова

Определить, чему же равна древнерусская сажень, по­мог камень, найденный в 1792 году недалеко от станицы Таманской на побережье Азовского моря. В X - XI веках на этом месте стоял древний русский город \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. Находка получила название \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ камня.

# ПРОЕКТ № 3

# СОДЕРЖАНИЕ

[СОДЕРЖАНИЕ 2](file:///C:\Users\Света\Desktop\отчет%20грант\Проект%20Кочуева\проект.docx#_Toc6903620)

[ВВЕДЕНИЕ 3](file:///C:\Users\Света\Desktop\отчет%20грант\Проект%20Кочуева\проект.docx#_Toc6903621)

[1 Сущность фигурных чисел, их классификация и применение в реальной жизни 5](file:///C:\Users\Света\Desktop\отчет%20грант\Проект%20Кочуева\проект.docx#_Toc6903622)

[1.1 История исследования фигурных чисел 5](file:///C:\Users\Света\Desktop\отчет%20грант\Проект%20Кочуева\проект.docx#_Toc6903623)

[1.2 Классификация фигурных чисел. 7](file:///C:\Users\Света\Desktop\отчет%20грант\Проект%20Кочуева\проект.docx#_Toc6903624)

[2 Принципы построения математических моделей фигурных чисел 10](file:///C:\Users\Света\Desktop\отчет%20грант\Проект%20Кочуева\проект.docx#_Toc6903625)

[2.1 Основные свойства многоугольных чисел 10](file:///C:\Users\Света\Desktop\отчет%20грант\Проект%20Кочуева\проект.docx#_Toc6903626)

[2.2 Центрированные многоугольные числа 11](file:///C:\Users\Света\Desktop\отчет%20грант\Проект%20Кочуева\проект.docx#_Toc6903627)

[2.3 Фигурные числа в примерах 13](file:///C:\Users\Света\Desktop\отчет%20грант\Проект%20Кочуева\проект.docx#_Toc6903628)

[ЗАКЛЮЧЕНИЕ 14](file:///C:\Users\Света\Desktop\отчет%20грант\Проект%20Кочуева\проект.docx#_Toc6903629)

[СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 15](file:///C:\Users\Света\Desktop\отчет%20грант\Проект%20Кочуева\проект.docx#_Toc6903630)

[Приложения 16](file:///C:\Users\Света\Desktop\отчет%20грант\Проект%20Кочуева\проект.docx#_Toc6903631)

[Приложение 1 16](file:///C:\Users\Света\Desktop\отчет%20грант\Проект%20Кочуева\проект.docx#_Toc6903632)

[Приложение 2 17](file:///C:\Users\Света\Desktop\отчет%20грант\Проект%20Кочуева\проект.docx#_Toc6903633)

# ВВЕДЕНИЕ

*Симон Стевини, фламандский математик*

В своей исследовательской работе рассмотрено использование фигурных чисел не только в окружающей жизни, но и в математике.

Во время изучения обыкновенных дробей обращает на себя внимание то, что в учебнике математики есть небольшая историческая сводка о фигурных числах. Цель работы - показать, что фигурные числа, встречающееся в окружающей жизни, являются основой для выявления сложнейших математических зависимостей.

Фигурные числа, так же как и большинство классов специальных чисел, имеют долгую и богатую историю. Это понятие было введено в пифагорейской школе (VI век до н. э.) в результате попытки связать геометрию с арифметикой. Пифагорейцы, следуя своему кредо «всё является числом», представляли любое положительное целое число в виде набора точек на плоскости. Это так называемый полуарифметический – полугеометрический способ, состоящий в том, что, используя камешки одинаковой величины и формы, можно выкладывать числа с помощью фигур.[8] Я заинтересовался этим и решил выяснить, действительно ли на основе чисел, которые можно выкладывать в виде геометрических фигур, можно выявить сложнейшие математические зависимости.

Практически никто не имеет представления о центрированных полигональных и многомерных фигурных числах, что и определяет ***актуальность исследования*** данной темы.

***Цель работы***: более глубоко изучить и исследовать свойства простейших фигурных чисел и их использование для построения математических моделей.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие ***задачи***:

1. собрать по различным научным и учебным источникам материал по данной проблеме и проанализировать его;
2. определить специфику методологии исследования фигурных чисел;
3. оценить существующие в теории и практике модели построения фигурных чисел;
4. классифицировать фигурные числа;
5. раскрыть сущность фигурных чисел и их применение в реальной жизни;
6. обосновать принципы построения математических моделей фигурных чисел.

# 1 Сущность фигурных чисел, их классификация и применение в реальной жизни

## 1.1 История исследования фигурных чисел

Числа древними греками, а вместе с ними Пифагором и пифагорейцами мыслились зримо, в виде камешков, разложенных на песке или на счётной доске – абаке. По этой причине греки не знали нуля, так как его невозможно было «увидеть». Но и единица ещё не была равноправным числом, а представлялась как некий «числовой атом», из которого образовывались все числа. Пифагорейцы называли единицу «границей между числом и частями», т.е. между целыми числами и дробями, но в то же время видели в ней «семя и вечный корень». Число же определялось как множество, составленное из единиц. Особое положение единицы как «числового атома» роднило её с точкой, считавшейся «геометрическим атомом». Вот почему Аристотель писал: «Точка есть единица, имеющая положение, единица есть точка без положения». Итак, пифагорейские числа в современной терминологии – это натуральные числа [8].

Фигурные числа, по мнению пифагорейцев, играют важную роль в структуре мироздания. Поэтому их изучением занимались многие математики античности: Эратосфен, [Гипсикл](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B8%D0%BF%D1%81%D0%B8%D0%BA%D0%BB), [Диофант Александрийский](http://xn--80aamcragbdee1a4bkg/) и другие.

Гипсикл (II век до н. э.) дал общее определение m-угольного числа как суммы n членов арифметической прогрессии, у которой первый член есть 1, а разность равна (*k-2*).

Диофант написал большое исследование о свойствах многоугольных чисел, фрагменты которого дошли до наших дней. О фигурных числах много говорится в пифагорейских учебниках арифметики, созданных [Никомахом Геразским](http://xn--80afgjfgf9bl/) и [Теоном Смирнским](http://xn--h1aadcihufe/) (II век), установившие ряд зависимостей между фигурными числами разных размерностей. [8].

Теория фигурных чисел не принадлежит к центральным областям математики, но красота этих чисел притягивает внимание многих учёных на протяжении тысяч лет. Список (неполный) знаменитых учёных, работавших в этой области, включает в себя Пифагора Самосского (ок. 582 до н. э. – ок. 507 до н. э.), Гипсикла Александрийского (190 до н. э. – 120 до н. э.), Плутарха Херонейского (ок. 46 – ок. 122), Никомаха Герасского (ок. 60 – ок. 120), Теона Смирнского (70–135), Диофанта Александрийского (ок. 210 – ок. 290), Леонардо Пизанского, также известного как Леонардо Фибоначчи (ок. 1170 – ок. 1250), Михаэля Штифеля (1487–1567), Джероламо Кардано (1501–1576), Клода Гаспара Баше де Мезири- ака (1581–1638), Рене Декарта (1596–1650), Пьера Ферма (1601–1665), Джона Пелля (1611–1685), Блеза Паскаля (1623–1662), Леонарда Эйлера (1707–1783), Жозефа-Луи Лагранжа (1736–1813), Адриена-Мари Лежандра (1752–1833), Карла Фридриха Гаусса (1777–1855), Огюстена Луи Коши (1789–1857), Карла Густа- ва Якоба Якоби (1804–1851), Вацлава Франтишека Серпинского (1882–1969), Барнса Уоллеса (1887–1979).

Более того, многие математические факты тесно связаны с фигурными числами, и множество известных теорем можно сформулировать в терминах этих чисел. В частности, фигурные числа связаны с многими другими классами целых чисел, такими как биномиальные коэффициенты, совершенные числа, числа Мерсенна, Ферма, Фибоначчи, Люка и т. д. [4].

Фигурные числа ещё в древности изучались пифагорейцами, но в настоящее время они интересны в основном в связи с ***теоремой Ферма о многоугольных числах***. В 1636 г. Ферма предположил, что каждое число можно представить в виде суммы не более чем *m* штук *m*-угольных чисел. В письме к Мерсенну, он утверждал, что знает доказательство этого результата, но это доказательство так и не было найдено. Лагранж (1770) доказал теорему для квадратных чисел, а Гаусс в 1796 году - для треугольных. В 1813 году Коши доказал утверждение в полном объёме. [6].

Давным-давно, помогая себе при счёте камушками, люди обращали внимание на правильные фигуры, которые можно выложить из камушков. Можно просто класть камушки в ряд: один, два, три. Если класть их в два ряда, чтобы получались прямоугольники, то получаются все чётные числа. Можно выкладывать камни в три ряда: получаются числа, делящиеся на три и т.д. [2].

Древние греки, когда им приходилось умножать числа, рисовали прямоугольники; результатом умножения трёх на пять был прямоугольник со сторонами три и пять. Это развитие счёта на камушках. Множество закономерностей, возникших при действиях с числами, были обнаружены древнегреческими учёными при изучении чертежей. И долгие века лучшим подтверждением справедливости таких соотношений считался способ геометрический, с прямоугольниками, квадратами, пирамидами и кубами. В 5-4 веках до нашей эры учёные, комбинируя натуральные числа, составляли из них затейливые ряды, придавая элементам этих рядов то или иное геометрическое истолкование. С их помощью можно выложить правильные геометрические фигуры: треугольники, квадраты, пирамиды и т.д. [8].

## 1.2 Классификация фигурных чисел.

Именуемые сегодня фигурными, числа - камушки раскладывались в виде правильных геометрических фигур, эти фигуры классифицировались.

Одна из первых классификаций фигурных чисел представлена в VII книге «Начал» Евклида.

Рассмотрим основные виды фигурных чисел.

**Линейные числа -** числа, не разлагающиеся на сомножители, то есть их ряд совпадает с рядом простых чисел, дополненным единицей. Представимы в виде последовательности точек, выстроенных в линию.

1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, …

На рисунке 1 изображено линейное число 5

В реальной жизни линейные числа используются, например, для упаковки конфет.

**Плоские числа** – числа, представимые в виде произведения двух сомножителей.

4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 32, 33, 34, 35, 36, 38, 39, 40, 42, 44, 45, 46, 48, 49, 50, 51, 52, 54, 55, 56, 57, 58, 60, 62, 63, 64, 65, 66, 68, 69, 70, 72, 74, 75, 76, 77, 78, 80, 81, 82, 84, 85, 86, 87, 88, …

* При изучении формулы ***площади*** прямоугольника используется понятие ***плоского числа***, которое представляется виде произведения двух сомножителей – ***длины и ширины***.

На рисунке 2 изображено плоское число 6 (6=2∙3).

**Телесные числа**, выражаемые произведением трёх сомножителей

8, 12, 16, 18, 20, 24, 27, 28, 30, 32, 36, 40, 42, 44, 45, 48, 50, 52, 54, 56, 60, 63, 64, 66, 68, 70, 72, 75, 76, 78, 80, 81, 84, 88, 90, 92, 96, 98, 99, 100, 102, 104, 105, 108, 110, 112, 114, 116, 117, 120, 124, 125, 126, 128, 130, 132, 135, 136, 138, 140, 144, … (телесное число 8=2∙2∙2).

При вычислении объёма прямоугольного параллелепипеда применяется понятие телесного числа, выражаемого произведением трёх сомножителей – длины, ширины и высоты. Рисунок 3.

**Многоугольные числа** – это числа ассоциированные с определённым многоугольником.

**Треугольные числа** представляют собой следующую последовательность: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, 105, 120, 136, 153, 171, 190, 210, 231, 253, 276, 300, 325, 351, 378, 406, 435, 465, 496, 528, 561, 595, 630, 666, 703, 741, 780, 820, 861, 903, 946, 990, 1035, 1081, 1128, 1176, 1225, 1275, 1326, 1378, 1431, …, , …

Рисунок 4.

Свойства треугольных чисел:

\*Сумма двух последовательных треугольных чисел даёт полный квадрат (квадратное число).

\*Чётность элемента последовательности меняется с периодом 4: нечётное, нечётное, чётное, чётное.

\*Ряд из чисел, обратных треугольным, сходится:

\*Всякое чётное совершенное число является треугольным (и одновременно шестиугольным).

**Квадратные числа** представляют собой произведение двух одинаковых натуральных чисел, то есть являются полными квадратами: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441, 484, 529, 576, 625, 676, 729, 784, 841, 900, 961, 1024, 1089, 1156, 1225, 1296, 1369, 1444, 1521, 1600, 1681, 1764, 1849, 1936, 2025, 2116, 2209, 2304, 2401, 2500, …,, …

Рисунок 5

Свойства четырехугольных чисел:

* Каждое квадратное число, кроме единицы, есть сумма двух последовательных треугольных чисел: 4=1+3; 9=3+6; 16=6+10 и т.д.
* Ряд обратных квадратов сходится
* И особенно интересна гипотеза Лежандра (она же третья проблемма Э.Ландау): между последовательными квадратными цифрами всегда найдется простое число (до сих пор не доказана!)

**Пятиугольные числа** представляют собой следующую последовательность): 1, 5, 12, 22, 35, 51, 70, 92, 117, 145, 176, 210, 247, 287, 330, 376, 425, 477, 532, 590, 651, 715, 782, 852, 925, 1001, 1080, 1162, 1247, 1335, 1426, 1520, 1617, 1717, 1820, 1926, 2035, 2147, 2262, 2380, 2501, 2625, 2752, 2882, 3015, 3151, …,,

Рисунок 6

Также следует отметить, что, например, последовательность **шестиугольных** чисел получается из последовательности треугольных чисел вычёркиванием элементов с чётными номерами.

В частности, многоугольные числа обобщают числа, которые можно представить в виде треугольника (треугольные числа) или квадрата (квадратные числа), вплоть до *m*-угольных для любого целого числа *m*>3.

# 2 Принципы построения математических моделей фигурных чисел

## 2.1 Основные свойства многоугольных чисел

Представление чисел в виде правильных геометрических фигур помогало пифагорейцам находить различные числовые закономерности. Например, чтобы получить общее выражение для n-го треугольного числа, которое есть не что иное, как сумма n натуральных чисел 1+2+3+…+n, достаточно дополнить это число до прямоугольного числа n(n+1) и увидеть (именно увидеть глазами!) равенство

Рисунок 7

Написав последовательность квадратных чисел, опять легко увидеть глазами выражение для суммы n нечётных чисел

Рисунок 8

Пифагорейцы наглядно видели, что каждый квадрат отличается от следующего на «гномон», то есть на уголок с равными сторонами, в котором нечетное число точек – вершина плюс дважды взятое число точек на стороне гномона (по-гречески слово «гномон» исходно означало солнечные часы).

Разбивая n-е пятиугольное число на три (n-1) треугольных, (после чего остаётся ещё n камешков»), легко найти его общее выражение

Рисунок 9

Разбиением на треугольные числа получается и общая формула для n-го k-угольного числа: откуда при k=2,3,4 следуют вышеуказанные формулы. Легко заметить, что это ничто иное как арифметические прогрессии! Общая формула выглядит так:

Кроме плоских фигурных чисел существуют еще и **пространственные** фигурные числа.

Располагая точки в определённом порядке не на плоскости, а в пространстве, мы получим *пространственные фигурные числа*. Наиболее известные из них - это **пирамидальные**числа, соответствующие треугольным, четырёхугольным и вообще произвольным *m*-угольным пирамидам. Они задаются как суммы соответствующих многоугольных чисел. Если физически складывать шарики таким образом, то устойчивыми будут только треугольные и четырёхугольные пирамиды, и древние греки рассматривали только соответствующие два класса пространственных фигурных чисел. Кубические числасоответствуют кубам, построенным из шаров. Октаэдральные*,* додекаэдральныеи икосаэдральные числасоответствуют трём оставшимся платоновым телам.

**1,**

**1+3=4,**

**1+3+6=10,**

**1+3+6+10=20,**

Рисунок 10

Каждый слой в такой пирамиде - треугольное число. Наверху один камушек, под ним - 3, под теми - 6 и т.д.

Очень интересны кубические числа, возникающие при складывании кубиков: **1, 2·2·2=8, 3·3·3=27, 4·4·4=64, 5х5х5=125...** и так далее.

Теперь понятно, почему про такие числа говорят: «два в кубе», «три в кубе», «девять в кубе».

Рисунок 11

Фигурные числа можно образовывать, используя пространственные фигуры.

Например, кубические числа 1, 8, 27, … представляют собой число точек в кубических таблицах, пирамидальные числа 1, 4, 10, … представляют число точек в треугольных пирамидах (рис. 9), пирамидальные числа

1, 5, 14, … представляют число точек в четырехугольных пирамидах.

## 2.2 Центрированные многоугольные числа

Центрированные многоугольные (полигональные) числа - это класс фигурных чисел, каждое сформировано вокруг центральной точки, окружённой слоями многоугольников с постоянным числом сторон. Каждый слой содержит на одну точку больше чем предыдущий, так что начиная со второго слоя каждый слой k-угольного числа содержит на k-больше точек, чем предыдущий. Каждая последовательность может быть представлена как треугольное число, умноженное на константу плюс 1. Так, например, центрированные квадратные числа - это учетверённые треугольные числа плюс 1.

**Центрированное треугольное число** - это центрированное полигональное число, которое представляет треугольник с точкой в центре и все остальные окружающие точки находятся на треугольных слоях.

Первые несколько центрированных треугольных чисел: 1, 4, 10, 19, 31, 46, 64, 85, 109, 136, 166, 199, 235, 274, 316, 361, 409, 460, 514, 571, 631, 694, 760, 829, 901, 976, 1054, 1135, [1219](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=1219_(%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE)&action=edit&redlink=1), 1306, 1396, 1489, 1585, 1684, 1786, 1891, 1999, 2110, 2224, 2341, 2461, 2584, 2710, 2839, 2971…

Центрированное треугольное число задается формулой:

Центрированное треугольное простое - это центрированное треугольное число, являющееся простым. Несколько первых центрированных треугольных простых чисел: 19, 31, 109, 199, 409, …

**Центрированное квадратное число** - это центрированное полигональное число, которое представляет квадрат с точкой в центре и все остальные окружающие точки находятся на квадратных слоях. Первые несколько центрированных квадратных чисел: 1, 5, 13, 25, 41, 61, 85, 113, 145, 181, 221, 265, 313, 365, 421, 481, 545, 613, 685, 761, 841, 925, 1013, 1105, 1201, 1301, 1405, 1513, 1625, 1741, 1861, 1985, 2113, 2245, 2381, 2521, 2665, 2813, 2965, 3121, 3281, 3445, 3613, 3785, 3961, 4141, 4325,… …

Формулу можно представить следующим образом:

**Центрированные квадратные простые -** это центрированные квадратные числа, являющиеся также простыми. В отличие от обычных квадратных чисел, которые никогда не являются простыми, несколько центрированных квадратных чисел просты.

Несколько первых центрированных квадратных простых: 5, 13, 41, 61, 113, 181, 313, 421, 613, 761, 1013, 1201, 1301, 1741, 1861, 2113, 2381, 2521, 3121, 3613, …

**Центрированное пятиугольное число** - это центрированное фигурное число, которое представляет пятиугольник, который содержит точку в центре и все точки, окружающие центр лежат в пятиугольных слоях.

Несколько первых центрированных пятиугольных чисел: 1, 6, 16, 31, 51, 76, 106, 141, 181, 226, 276, 331, 391, 456, 526, 601, 681, 766, 856, 951, 1051, 1156, 1266, 1381, 1501, 1626, 1756, 1891, 2031, 2176, 2326, 2481, 2641, 2806, 2976, ……

Более сложные центрированные числа и примеры с ними рассмотрим в практической части.

## 2.3 Фигурные числа в примерах

В практической части проекта рассматривается практическое применение фигурных чисел, как для плоских, так и для объемных фигур. (Приложение 2)

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В процессе работы исследованы свойства простейших фигурных чисел и их использование для построения математических моделей.

Для достижения поставленной цели:

* определена специфика методологии исследования фигурных чисел;
* оценены и классифицированы существующие в теории и практике модели построения фигурных чисел;
* раскрыта сущность фигурных чисел и их применение в реальной жизни.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бендукидзе А. Фигурные числа. Физико-математический журнал, Квант, 1974г., №6.;
2. Ван-дер-Варден Б.Л. Пробуждающаяся наука. Математика Древнего Египета, Вавилона и Греции;
3. Волошинов А.В. Пифагор: союз истины, добра и красоты.– М.: Просвещение, 1993;
4. Детская энциклопедия: Я познаю мир. Математика. Сост. А.П. Савин, В. В. Станцо, А. Ю. Котова;
5. Карацуба А. А. Основы аналитической теории чисел. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Наука, 1983;
6. Матвиевская Г.П. Учение о числе на средневековом Ближнем и Среднем Востоке. - Ташкент: ФАН, 1967;
7. Энзенбергер Х.М. Дух числа. Математические приключения. Харьков. 2005;
8. Энциклопедический словарь юного математика/ Составитель А.П.Савин.– М.: Педагогика, 1985;
9. <https://ru.wikipedia.org/>;
10. <http://xn--80aaitjkj2b.xn--p1ai/wp-content/uploads/2017/02/978-5-4439-2400-7-Deza-Figurnye-chisla.pdf>;
11. <http://www.vasmirnov.ru/Lecture/FigChisla/FigChisla.htm>;
12. [https://grot-school.ru/images/doc/uchenikam/raboty/issledovanie/ vladimirova-v.-kak-nayti-figurnye-chisla.pdf](https://grot-school.ru/images/doc/uchenikam/raboty/issledovanie/%20vladimirova-v.-kak-nayti-figurnye-chisla.pdf).

# Приложения

## Приложение 1

Рисунок 1

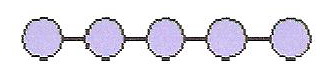
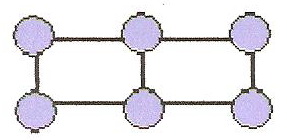


Рисунок 2



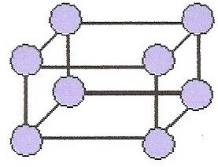
Рисунок 3

Рисунок 4

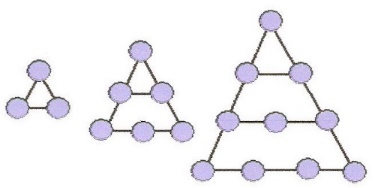


Рисунок 5.

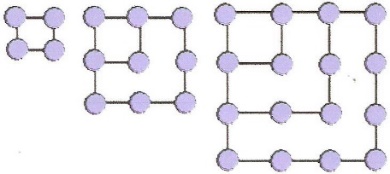


Рисунок 6.

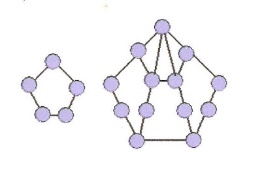


Рисунок 7.

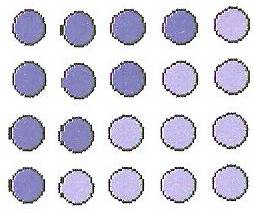


Рисунок 8.

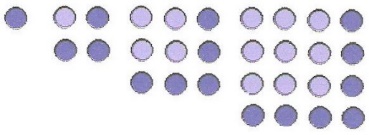
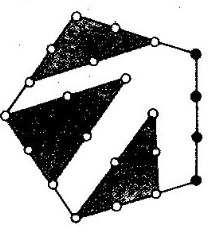


Рисунок 9.



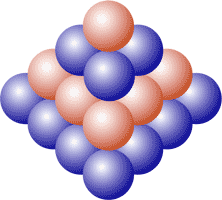
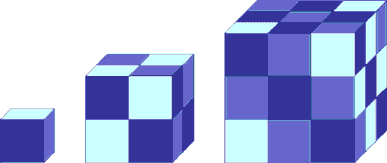
Рисунок10.

Рисунок 11.

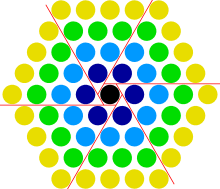


## Приложение 2

**Задача 1.** Найти 9, 16 и 21 центрированное шестиугольное число.

**Решение.**

Центрированные шестиугольные числа - это центрированные фигурные числа, которые представляют шестиугольник с точкой в центре и все остальные окружающие точки находятся в шестиугольной решётке.



Центрированное шестиугольное число задается формулой

Найдем 9 центрированное шестиугольное число, значит n=9:

Найдем 16 центрированное шестиугольное число, значит n=16:

Найдем 21 центрированное шестиугольное число, значит n=21:

**Ответ**: 9 центрированное шестиугольное число равно 217;

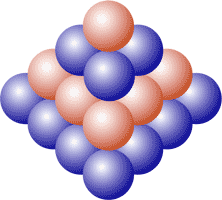
16 центрированное шестиугольное число равно 721;

21 центрированное шестиугольное число равно 1261.

**Вывод**: любое центрированное шестиугольное число будет нечетным.

**Задача 2.** Найти 11, 18 и 27 тетраэдрическое число.

**Решение.**

Тетраэдрические числа — это фигурные числа, которые представляют пирамиду, в основании которой лежит треугольник.

Формула для тетраэдрического числа:

Найдем 11 тетраэдрическое число, значит n=11:

Найдем 18 тетраэдрическое число, значит n=18:

Найдем 27 тетраэдрическое число, значит n=27:

**Ответ**: 11 тетраэдрическое число равно 286;

18 тетраэдрическое число равно 1140;

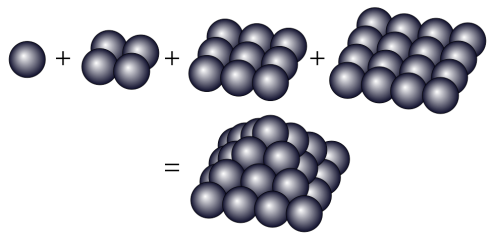
27 тетраэдрическое число равно 3654.

**Вывод:** Не смотря на то, что в основании тетраэдра лежит треугольник и вершиной является 1, тетраэдрическое число всегда четное.

**Задача 3**. Найти квадратные пирамидальные числа 9, 16, 36.

**Решение.**

В математике пирамидальное число или квадратное пирамидальное число - фигурное число, представляющее собой количество сложенных сфер в пирамиде с квадратным основанием. Квадратные пирамидальные числа также выражают количество квадратов в сетке N x N.



Квадратные пирамидальные числа могут быть вычислены по формуле:

Найдем 9 квадратное пирамидальное число, значит n=9:

Найдем 16 квадратное пирамидальное число, значит n=16:

Найдем 36 квадратное пирамидальное число, значит n=36:

**Ответ:** 9 квадратное пирамидальное число равно 285;

16 квадратное пирамидальное число равно 1496;

36 квадратное пирамидальное число равно 7326.

**Вывод:** При нахождении квадратных пирамидальных чисел четность или нечетность результата зависит от исходного n. Если исходное n четное, то и квадратное пирамидальное число будет четным, если нечетное, то нечетным.

**Проект «Организация образовательного   
stem-практикума на основе интеграции естественнонаучных предметов».**

За последние 60 лет, технологии сильно развились, начиная с открытия Интернета (1960), GPS технологий (1978) до ДНК сканирования (1984), и конечно же до Айфона (2001). Без высоких технологий представить наш мир в настоящее время просто не возможно. Сегодняшние дети будут осваивать разные специальности: инженеры химики, механики, строители, нефтяники аналитики компьютерных систем, робототехники, инженеры ядерной медицины, архитекторы подводных сооружений. Им потребуется всесторонняя подготовка и знания из самых разных образовательных областей естественных наук, инженерии и технологии. Каждый из них должен обладать пространственным мышлением, оперировать им в процессе решения практических и теоретических задач. Сталкиваясь с жизненными проблемами в реальном мире, будь то загрязнение окружающей среды или глобальные изменения климата, они понимают, что решить такие сложные вопросы можно только опираясь на знания из разных областей.

Федеральные и региональные документы подчеркивают актуальность данного проекта.

Цель проекта – организация в школе образовательного STEM –практикума для повышения уровня развития пространственного мышления на 15%.

Реализация проекта предусматривает разработку структуры -практикума, утверждение программы на основе интеграции естественнонаучных предметов, вовлечение в работу не менее 40 школьников и 100% педагогов естественнонаучного цикла. Результатом работы является разработка 3 проектов, направленных на формирование пространственного мышления школьников, и методических рекомендации по организации работы STEM-практикума.

## Итоги работы в рамках проекта могут быть интересны педагогам, учащиеся и их родителям.

Для того, чтобы «успеть в завтра» необходимы такие образовательные среды, позволяющие развивать умения анализировать ситуацию, применять теоретические знания для решения проблем реального мира, на основе междисциплинарной интеграции, системно – деятельностного и метапредметного подходов (по требованиям ФГОС).

Центром интеграции данных направлений выступает STEM-образование. STEM-технологии активно начали использоваться с 2000-х годов.

STEM-обучение - объединение наук, направленное на развитие новых технологий, на инновационное мышление. Это взаимосвязь и тесное взаимодействие тех областей знаний, которые позволяют школьнику понять непростой и крайне интересный окружающий мир во всем его многообразии. Наука неотъемлемо присутствует в мире вокруг нас. Математика используется в проектировании и конструкции дорог и мостов, в вопросах глобальных климатических изменений и улучшении окружающей среды, и во многом другом. Математика касается каждой профессии, каждого занятия, совершаемого нами в повседневной жизни.

Образовательный STEM-практикум, дает возможность каждому школьнику вникнуть в логику происходящих явлений, понимать их взаимосвязь, изучать мир системно и тем самым вырабатывать в себе любознательность, инженерный стиль мышления, умение выходить из критических ситуаций.

В основе STEM – практикума *Тетраэдрическая концепция обучения,* гранями которого являются естественнонаучные предметы, где необходим высокий уровень сформированности пространственного мышления, а вершинами – принципами являются: Интеграция, Проектирование, Коммуникация и Практика. Очень важно обучать науке, технологии, инженерному искусству и математике интегрировано, потому что эти сферы тесно взаимосвязаны на практике. Для этого предполагается привлечь учителей различных дисциплин – физики, информатики, химии, биологии, географии.

STEM-практикум состоит из следующих модулей: Структура, Содержание, технологии и Обратная связь.

STEM-практикум соединяет в себе междисциплинарный, проектный и деятельностный подходы. Но инженерное исследование, в отличие от обычного проекта, предполагает иные этапы.

Первый шаг  — это постановка задачи. Чтобы конечный результат удовлетворял поставленной цели, необходимо провести тщательное исследование, задействовать все имеющиеся знания, скомбинировать их и получить эффективные решения. Далее школьники разрабатывают дизайн и строят прототип реального продукта современной индустрии.-

Так при построении ракеты, знакомятся с такими понятиями как процесс инженерного дизайна, угол пуска, давление, сила протяжения, сила трения, траектория и координатные оси. Т.е. погружаются в реальный проект.

Занятия в рамках практикума развивают навыки пространственного мышления и разрешения проблем, необходимые для преодоления трудностей, с которыми дети могут столкнуться в жизни. Например, учащиеся строят скоростные машины, потом их тестируют. После первого теста, они думают и определяют, почему их машина не дошла до финиша. Может, дизайн передней части, расстояние между колесами, аэродинамика или сила пуска повлияли на это? После каждого теста (пуска) они развивают свой дизайн для достижения цели.

Учащиеся, создавая разные продукты, строя мосты и дороги, запуская аэропланы и машины, тестируя роботы и электронные игры, разрабатывая свои подводные и воздушные конструкции, каждый раз становятся ближе и ближе к цели. Они развивают и тестируют, вновь развивают и еще раз тестируют, и так совершенствуют свой продукт.

Программа практикума состоит из теоретической и практической части. Теоретическая часть предлагает решение математических пространственных задач, используемых для построения прототипов. На практических занятиях ученики осуществляют проекты «Умный дом», «Умная теплица», «Автоматическая метеостанция».

Программы STEM-практикума отличается активной коммуникацией и командной работой. На стадии обсуждения создается свободная атмосфера для дискуссий и высказывания мнений, они учатся говорить и презентовать. Большую часть времени учащиеся  не сидят за партой, а тестируют и развивают свои конструкции. Встраивают приобретенные навыки в их собственное будущее.

В процессе работы над проектом предусматривается осуществление обратной связи в форме регулярной диагностики составляющих пространственного мышления и демонстрации достижений на официальном сайте и на персональном.

Для реализации проекта разработан поэтапный план с контрольными точками, предусмотрен бюджет для приобретения программного обеспечения.